中学校数学

第２学年

５　図形の性質と証明

［問題］

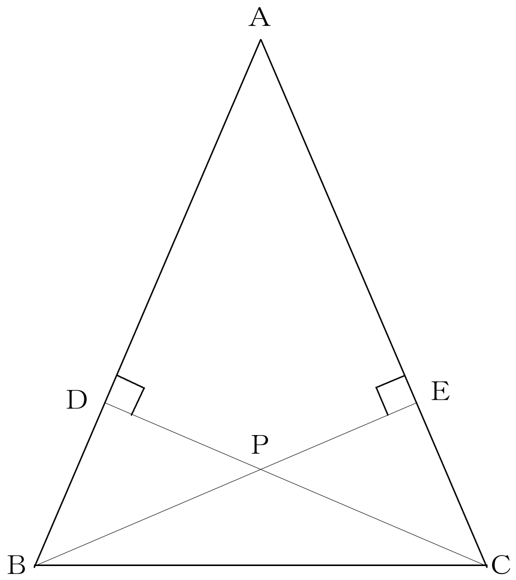
中学校

年　組　　号 氏名

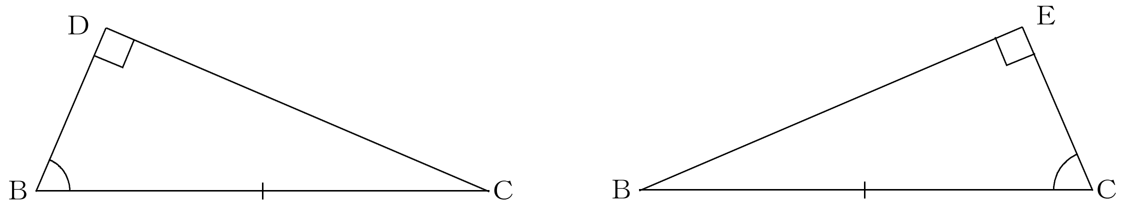
■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題　年　組　号 氏名

■練習問題①

AB＝ACの二等辺三角形ABCで，ＣからABに垂線をひきABとの交点をＤ，同様にＢからACに垂線をひきACとの交点をＥとします。また，CDとBEの交点をＰとします。このとき，CD＝BEであることを証明します。あとの問いに答えなさい。



(1)　△ＤＢＣと△ＥＣＢに着目して証明することにしました。



まず，辺や角が等しいものを書き出してみました。

辺について・・・・・・・BCは共通
角について・・・・・・・∠CDB＝∠BEC＝90°
・二等辺三角形の底角は等しいから，∠DBC＝∠ECB

このことを参考に，証明を完成させなさい。

(2)　(1)とは別の三角形に着目して，証明することにしました。△ACDと△ABEに着目して，CD＝BEであることを証明しなさい。

(3)　この問題で，CD＝BEは常にいえることが分かりました。このこと以外で，他のすべての二等辺三角形ABCでもいえることを，次の**ア**から**オ**の中から１つ選びなさい。

ア　ＰはＣD, BEのそれぞれの中点である。

イ　CDとBEはそれぞれ∠Bと∠Cの二等分線である。

ウ　△ACDと△ABEは直角二等辺三角形である。

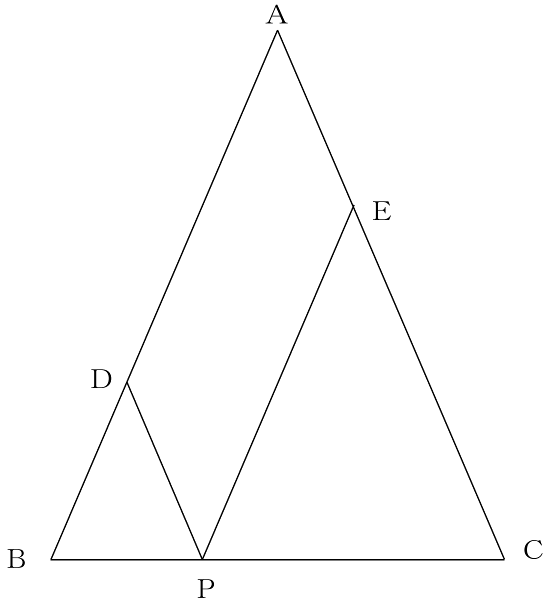
エ　△DBPと△ECPは二等辺三角形である。

オ　△PBCは二等辺三角形である。

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題　年　組　号 氏名

■練習問題②

AB＝ACの二等辺三角形ABCで，辺BC上に点Ｐをとり（頂点B，Ｃとは異なるものとします），Ｐを通ってACに平行な線をひいてABと交わる点をD，Ｐを通ってABに平行な線をひいてACと交わる点をＥとします。あとの問いに答えなさい。



(1)　太郎さんは，△DBPが二等辺三角形になることを証明しました。証明を完成させなさい。

△DBPで，DP // ACより，
同位角が等しいので，
∠DPB＝∠C　……①

(2)　花子さんは，四角形ADPEが平行四辺形になることを証明しました。証明を完成させなさい。

四角形ADPEで，仮定より，

DP // AE　……①

(3)　太郎さんと花子さんは，お互いの証明を見て，あることに気付きました。２人の証明から分かることで，正しいものを次の**ア**から**オ**の中から１つ選びなさい。

ア　点Ｐのとり方によらず，四角形ADPEはひし形になる。

イ　点ＰがBCの中点のときは，２つの三角形，△DBPと△EPCは正三角形になる。

ウ　いつも四角形ADPEの面積は，△DBPと△EPCの面積の和になる。

エ　いつも四角形ADPEの周の長さは，ABの長さの２倍になる。

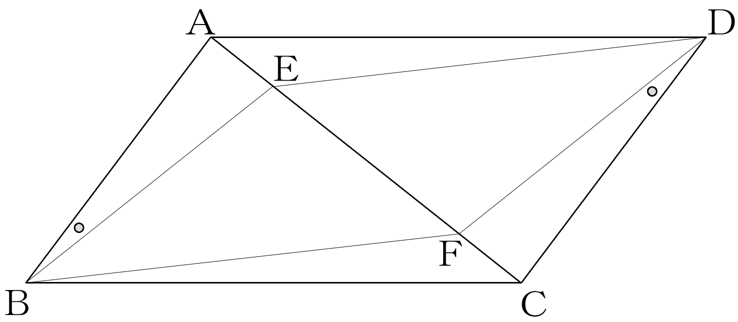
オ　いつも四角形ADPEの周の長さと，△ABC の周囲の長さは等しくなる。

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題　年　組　号 氏名

■練習問題③

けいたさんとかりんさん，たくみさんは，次の問題を考えています。

　下の図のような平行四辺形ABCDで，∠ABE＝∠CDFならば
四角形EBFDは平行四辺形であることを証明しなさい。



下の(1)から(3)の各問いに答えなさい。

まず，△ABEと△CDFが合同であることを証明しよう。

それができたら，BE＝DFが成り立つことが分かるわ。

(1)　△ABEと△CDFが合同であることを証明しなさい。

次に，△AEDと△CFBが合同であることを証明しよう。

それもできたら，ED＝FBが成り立つことが分かるね。

△AEDと△CFBが合同であることを証明するのに，
下の**ア**，**イ**が分からないなよ。

大丈夫よ，△ABE≡△CDFから，新しく分かることがあるわ。

(2)　けいたさんは，△AEDと△CFBが合同であることを，次のように証明しました。

【証明】

△AEDと△CFBで

▱ABCDより，　DA ＝BC　……①

AD//BCより，　∠DAE ＝∠BCF　……②

△ABE≡△CDFより，　**ア**　……③

①，②，③より　**イ**

△AED≡△CFB

したがって　ED＝FB

上の**ア**，**イ**にあてはまる記号や言葉を書きなさい。

(3)　たくみさんは，上の問題を次のように考えました。

△ABEと△CDFの合同を証明し，△ABE≡△CDFより新しく分かることがらを利用すると，∠BEF＝∠DFEが成り立つことがいえるよ。

たくみさんの考え方より，四角形EBFDは平行四辺形になることが分かります。下の平行四辺形になる条件のどの条件を利用していますか，**ア**から**オ**の中から，記号で選びなさい。

ア　２組の向かい合う辺が，それぞれ平行であるとき

イ　２組の向かい合う辺が，それぞれ等しいとき

ウ　２組の向かい合う角が，それぞれ等しいとき

エ　対角線がそれぞれの中点で交わるとき

オ　１組の向かい合う辺が等しくて平行であるとき

中学校数学

第２学年

５　図形の性質と証明

［解答例］

中学校

年　組　　号 氏名

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題[解答]　年　組　号 氏名

■練習問題①

(1)　△DBCと△ECBに着目して証明する。
【証明】

△DBCと△ECBで,
∠CDB＝∠BEC　……①
△ABCはAB＝ACの二等辺三角形だから，底角は等しいので,
∠DBC＝∠ECB　……②
共通な辺だから,
BC＝CB　……③
①，②，③より,
直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいので,
△DBC≡△ECB
よって,
CD＝BE

(2)　△ACDと△ABEに着目して証明する。
【証明】

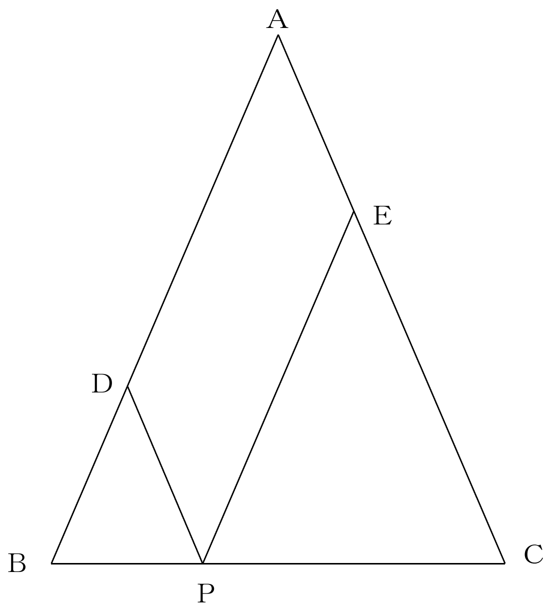
△ACDと△ABEで,
∠CDA＝∠BEA＝90°　……①
△ABCは二等辺三角形だから,
AC＝AB　……②
共通な角だから,
∠A＝∠A　……③
①，②，③より,
直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいので,
△ACD≡△ABE
よって,
CD＝BE

(3)　(1)，(2)の証明から，∠BCD＝∠CBEがいえるので，△PBCは二等辺三角形である。

答え　**オ**

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題[解答]　年　組　号 氏名

■練習問題②



(1)　証明は次の通り。

△DBPで，DP∥ACより同位角が等しいので，

∠DPB＝∠C　……①

△ABCは二等辺三角形より，底角は等しいので，

∠C＝∠B　……②

①，②より

∠DPB＝∠B

よって，△DBPは二等辺三角形になる。

(2)　証明は次の通り。

四角形ADPEで，仮定より，

　DP // AE　……①

また，

　EP // AD　……②

①，②より，２組の向かい合う辺がそれぞれ平行だから，

四角形ADPEは平行四辺形である。

(3)　２つの三角形，△DBPと△EPCは二等辺三角形で，四角形ADPEは平行四辺形より，次のことがいえる。

$$
\begin{aligned}
\text{▱ADPEの周の長さ} &= 2\times(\mathrm{AD}+\mathrm{DP}) \\
&= 2\times(\mathrm{AD}+\mathrm{DB}) \\
&= 2\times\ \mathrm{AB}
\end{aligned}
$$

答え　**エ**

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題[解答]　年　組　号 氏名

■練習問題③

(1)　証明は次のとおり。

△ABEと△CDFで
仮定より　∠ABE＝∠CDF　……①
▱ABCDより，　AB＝CD　……②
AB // CDより，　∠BAE＝∠DCF　……③
①，②，③より，　１辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，
△ABE≡△CDF
よって，　BE＝DF

(2)　答えは次のとおり。

答え　**ア**……　AE＝CF，**イ**……２辺とその間の角がそれぞれ等しいので

(3)　証明は次のとおり。

△ABE≡△CDFより，　BE＝DF　……①
∠BEA＝∠DFC　……②
②と４点A, E, F, Cは一直線より，　∠BEF＝∠DFE　……③
③より，錯角が等しいので，　BE // DF　……④
①，④より，１組の向かい合う辺が等しくて平行なので，
四角形EBFDは，平行四辺形である。

答え　**オ**